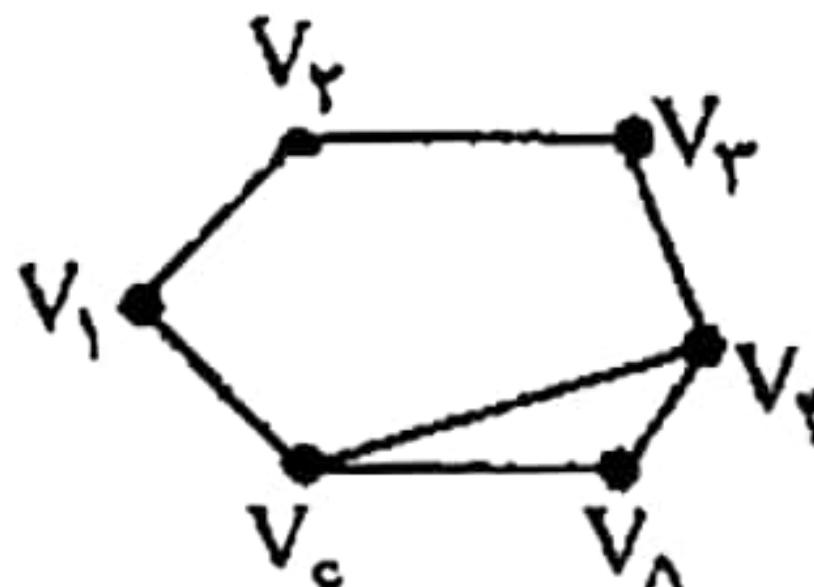


	راهنمای تصحیح امتحان پاسخ نامه تشریحی	
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست	۱
۲	الف) $\pm b$ ب) $[2]_7$ پ) تنها ت) ۸	۱
۳	الف) هر عدد فرد به صورت $2k+1$ و $k \in \mathbb{Z}$. $(2k+1)^2 - 1 = 4k^2 + 4k + 1 - 1 = 4\left(\frac{k^2 + k}{1}\right) = 4q, q \in \mathbb{Z}$ ب) فرض کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد پس عددی گویا است. از طرفی بنا بر فرض $\alpha + \beta$ عددی گویا است. پس $(\alpha + 2\beta) - (\alpha + \beta) = \beta$ عددی گویا است. یعنی β عددی گویا است که با فرض در تناقض است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود. پ) اگر $n=4$ در این صورت $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ عددی مرکب است.	۱ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۴	$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2(x+y+z) - 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 2x + 2y + 2z - 1 - 1 - 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 2z + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 \geq 0$ به یک گزاره همیشه درست رسیدیم. همواره برقرار است.	۱/۲۵
۵	$\left. \begin{array}{l} a 2m+7 \Rightarrow a 20m+35 \\ a 5m+9 \Rightarrow a 20m+36 \end{array} \right\} \Rightarrow a (20m+36) - (20m+35) = 1$ $\Rightarrow a 1 \Rightarrow a = \pm 1$	۱
۶	بنا بر الگوریتم تقسیم اعداد صحیح و منحصر به فرد r و q یافت می شوند به طوری که داشته باشیم: (۱) $a = bq + r \Rightarrow a - bq = r$ $\left. \begin{array}{l} n a \\ n b \Rightarrow n bq \end{array} \right\} \Rightarrow n a - bq \stackrel{(1)}{\Rightarrow} n r$	۰/۲۵
۷	الف) $(p,a)=d \Rightarrow \begin{cases} d p \Rightarrow d=1 \vee d=p \\ d a \quad (1) \end{cases}$ اگر $d=p$ بنا بر (۱) داریم: $p a$ که با فرض در تناقض است. پس $(p,a)=1 \Rightarrow d=1$.	۱

۱	ب) باید دو شرط موجود در تعریف ک م م را برای $ b $ بررسی کنیم. شرط اول: $a b , b b $ شرط دوم: $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow b \leq m$ $\frac{a}{b} \Rightarrow a b $ پس شرط اول برقرار است. $\forall m > 0, a m \wedge b m \Rightarrow b m \Rightarrow b \leq m \stackrel{m>0}{\Rightarrow} b \leq m$ پس شرط دوم برقرار است.															
۰/۷۵	$\overset{m}{a} \equiv \overset{m}{b} \Rightarrow m a-b \Rightarrow \overset{n m}{n} a-b \Rightarrow \overset{n}{a} \equiv \overset{n}{b}$ (پ)															
۰/۷۵	خیر در حالت کلی درست نیست. زیرا: $۶ ۹ \times ۴, ۶ ۹, ۶ ۴$	۸														
۱	$۲^۳ \stackrel{۷}{\equiv} ۱ \Rightarrow (۲^۳)^{۱۰} \stackrel{۷}{\equiv} (۱)^{۳۰} \Rightarrow ۲^{۳۰} \stackrel{۷}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۲ \times ۲^{۳۰} \stackrel{۷}{\equiv} ۲$ (الف) $\Rightarrow ۲^{۳۱} \stackrel{۷}{\equiv} ۲ \Rightarrow ۲^{۳۱} + ۱۷ \stackrel{۷}{\equiv} ۱۹ \stackrel{۷}{\equiv} ۵$ $\overset{۱۰}{۴a-۷} \equiv \overset{۱۰}{۳a-۵} \Rightarrow \overset{۱۰}{۴a-۳a} \equiv \overset{۱۰}{۲} \Rightarrow \overset{۱۰}{a} \equiv \overset{۱۰}{۲}$ (ب) $\overset{۱۰}{۹a+۶} \equiv \overset{۱۰}{۹ \times ۲+۶} = \overset{۱۰}{۲۴} \equiv \overset{۱۰}{۴}$	۹														
۱	۲۹ روز مهرماه و چهار ماه آبان و آذر و دی و بهمن و ۲۱ روز هم تا ۲۱ اسفند، پس فاصله ی ۱ مهر تا ۲۱ اسفند یعنی $d = ۲۹ + ۴ \times ۳۰ + ۲۱ = ۱۷۰$ از طرفی $۱۷۰ \stackrel{۷}{\equiv} ۲$ با توجه به جدول زیر روز متناظر با عدد ۲ چهارشنبه در آن سال است. تذکر: در جدول مبدا را روز دوشنبه در نظر می گیریم:	۱۰														
	<table><tr><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td><td>ش</td><td>ی</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr></table>	د	س	چ	پ	ج	ش	ی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	
د	س	چ	پ	ج	ش	ی										
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
۱/۵	اگر x و y را به ترتیب تعداد اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی در نظر بگیریم: پس باید جواب های نامنفی معادله سیاله ی $۲۰۰۰x + ۵۰۰۰y = ۵۱۰۰۰$ را بیابیم. $\div ۱۰۰۰ \Rightarrow ۲x + ۵y = ۵۱ \Rightarrow ۲x \equiv ۵۱, ۵۱ \equiv ۱ \Rightarrow ۲x \equiv ۱ \Rightarrow ۲x \equiv ۱ + ۵ = ۶ \Rightarrow x \equiv ۳$ $\Rightarrow x = ۵k + ۳, k \in \mathbb{Z}, ۲(۵k + ۳) + ۵y = ۵۱ \Rightarrow ۱۰k + ۵y = ۴۵$ $\div ۵ \Rightarrow ۲k + y = ۹ \Rightarrow y = -۲k + ۹$ سپس به کمک جدول زیر جواب های آن نامنفی آن را می یابیم.	۱۱														

	<table><tr><td>k</td><td>.</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>x</td><td>۳</td><td>۸</td><td>۱۳</td><td>۱۸</td><td>۲۳</td></tr><tr><td>y</td><td>۹</td><td>۷</td><td>۵</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table>	k	.	۱	۲	۳	۴	x	۳	۸	۱۳	۱۸	۲۳	y	۹	۷	۵	۳	۱	
k	.	۱	۲	۳	۴															
x	۳	۸	۱۳	۱۸	۲۳															
y	۹	۷	۵	۳	۱															
۱/۲۵	$\frac{6}{2}=3$$4X-16\equiv 0 \Rightarrow 4X\equiv 16 \Rightarrow \cancel{4}\times 2X\equiv \cancel{4}\times 4$$2X\equiv 8 \Rightarrow 2X\equiv 8-2\times 3 \Rightarrow \cancel{2}X\equiv \cancel{2} \Rightarrow X\equiv 1$$X\equiv 3k+1, k\in Z$ $(4,6)=2$	۱۲																		
۲	(الف)  ب) $V(G) =6, E(G) =7$ پ) $\Delta(G)=2$ ت) $V_1V_6V_5V_4V_3$ ث) $V_1V_6V_4V_3V_2V_1$ ج) $N_G(V_5)=\{V_4, V_6\}$	۱۳																		
۱	۱۱ نفر را به عنوان ۱۱ راس گراف در نظر می گیریم. وقتی دو نفر با هم دست بدهند بین آن ها یال است. پس ۱۰ راس گراف درجه ۲ خواهد بود. اگر راس یازدهم درجه ۷ باشد یعنی گراف دارای یک راس از درجه فرد است. تناقض است با قضیه ای که بیان می کند تعداد رئوس فرد هر گراف عددی زوج است. پس نفر یازدهم نمی تواند با ۷ نفر دست داده باشد.	۱۴																		
۱/۲۵	الف) ۹ ب) گراف همبند پ) ۱۲ ت) تهی ث) ۶	۱۵																		